

Vectores.

$$R_x = R \cos \theta$$

$$R_y = R \sin \theta$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \theta$$

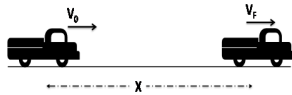
En donde:

- R = Fuerza resultante (N, D, lbs)
- R_x = Componente en el eje x (N, lbs)
- R_y = Componente en el eje y (N, lbs)

Unidades:

- N → Newton → kg m/s²
- D → Dinas → gr cm/s²
- Lbs → Libras

Aceleración uniforme.



$$v = \frac{x}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2}$$

$$a = \frac{v_f - v_0}{t}$$

$$x = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) t$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_f = v_0 + a t$$

$$x = v_f t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$2ax = v_f^2 - v_0^2$$

En donde:

- V = Velocidad (m/s).
- x = Distancia recorrida (m)
- V_f = Velocidad final (m/s).
- V₀ = Velocidad inicial (m/s).
- t = Tiempo en segundos (s).
- a = Aceleración (m/s²).

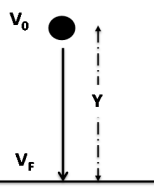
Caída libre

$$y = \frac{v_f + v_0}{2} t$$

$$v_f = v_0 + g t$$

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = v_f t - \frac{1}{2} g t^2$$

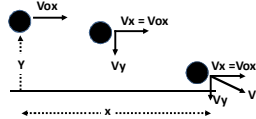


$$2gt = v_f^2 - v_0^2$$

En donde:

- y = Desplazamiento vertical (m)
- g = Gravedad 9.8m/s² ó 32ft/s²

Tiro horizontal



$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

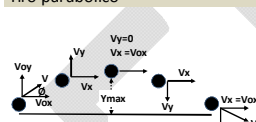
$$x = v_{0x} t$$

$$v_x = v_{0x}$$

En donde:

- y = altura
- x = alcance

Tiro parabólico



$$x = v_{0x} t$$

$$y = \left(\frac{v_{0y} + v_{0y}}{2} \right) t$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} + g t$$

$$x = v_{0x} t$$

$$y = v_{0y} t + \frac{1}{2} g t^2$$

En donde:

- x = desplazamiento horizontal (m, pies)
- Y = desplazamiento vertical (m, pies)
- v_x = velocidad, componente horizontal.
- v_y = velocidad, componente vertical.
- V_{0x} = velocidad inicial, componente horizontal.
- V_{0y} = velocidad inicial, componente vertical.

Torsión

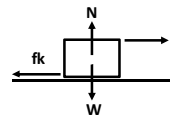
$$\tau = F \times r$$

En donde:

- F = Fuerza en Newton (N, D, lbs)
- r = Brazo de palanca en metros (m, pies)
- t = Torsión (N m)

Fricción.

$$f_k = \mu_k N$$



En donde:

- f_k = Fuerza de fricción (N).
- μ_k = Coeficiente de fricción.
- N = Fuerza normal (N, lbs).

Segunda ley de Newton

$$F = ma$$

$$W = mg$$

En donde:

- F = fuerza.
- a = aceleración.
- W = peso (N).
- m = masa (Kg).

Trabajo



$$T = F \cdot x$$

En donde:

- T = trabajo (Nm ó Joul).
- F_x = Fuerza (N)
- X = Distancia (matros)
- 1 joule(J)=0.7376 ft lb .
- 1 ft lb= 1.356 J.

Energía cinética y potencial

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$U = mgh$$

En donde:

- K = energía cinética (J)
- U = energía potencial (J)
- h = altura (m)
- v = velocidad (m/s)

Conservación de la energía

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2} m v_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$gh_0 + \frac{1}{2} v_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2} v_f^2 + |f \cdot x|$$

$$v_f = \sqrt{2gh_0}$$

Potencia.

$$P = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}} = \frac{F \cdot x}{t}$$

En donde:

- P = potencia (J/s ó watt "W").
- 1hp = 746 W
- 1hp = 550 ft lb/s

Impulso

$$\text{Impulso} = F \Delta t$$

$$F \Delta t = m v_f - m v_0$$

En donde:

- Δt = tiempo de impulso

Conservación de la cantidad de movimiento

$$m_1 u_1 + m_2 u_1 = m_1 v_1 + m_2 v_1$$

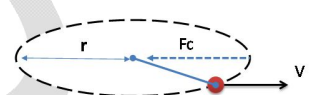
Coeficiente de restricción

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \quad e = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

En donde:

- U = velocidad
- e = coeficiente de restricción.
- H = altura

Movimiento circular



Rapidez lineal

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$$

Aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$a_c = 4\pi^2 f^2 R$$

Fuerza centrípeta

$$F_c = \frac{m v^2}{R}$$

$$F_c = 4\pi^2 f^2 m R$$

En donde:

- R= radio (m)
- P= perímetro (m)
- T= tiempo (s)
- f= frecuencia (rev/seg ó s⁻¹).
- π= 3.1416
- v= Rapidez lineal (m/s)
- a_c= aceleración centrípeta (m/s²)
- F_c= fuerza centrípeta (N)
- m = masa (kg).

Ley de gravitación universal

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

En donde:

- m₁ y m₂ = masa de los cuerpos (kg)
- F = fuerza de atracción
- r = distancia (m)

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

Maquinas simples

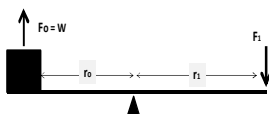
Ventaja mecánica real
(considerando fricción)

Trabajo de entrada = trabajo
contra la fricción + trabajo de
salida.
Eficiencia mecánica.

$$e = \frac{\text{trabajo de salida}}{\text{trabajo de entrada}} = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}}$$

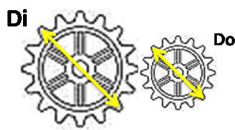
Ventajas mecánicas para
máquinas simples.

Palanca



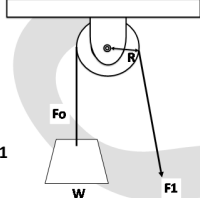
$$M_i = \left(\frac{F_0}{F_1} \right)_{\text{ideal}} = \frac{r_1}{r_0}$$

Rueda y eje



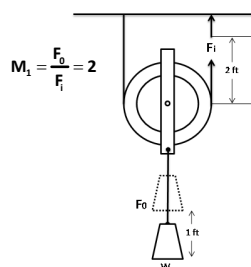
$$M_i = \left(\frac{F_0}{F_1} \right)_{\text{ideal}} = \frac{R}{r}$$

(Polea simple)



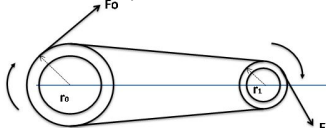
$$M_i = \frac{F_0}{F_1} = 1$$

Polea móvil simple



$$M_i = \frac{F_0}{F_1} = 2$$

Transmisión por correa

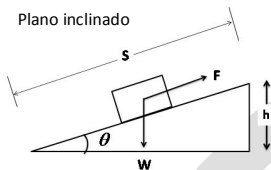


$$M_i = \frac{\text{momento de torsión de salida}}{\text{momento de torsión de entrada}} = \frac{r_0}{r_1}$$

$$M_i = \frac{D_0}{D_1} = \frac{\omega_1}{\omega_0}$$

En donde:
M = Ventaja mecánica
D₀ y D₁ = Diámetros (m o in)
ω₀ y ω₁ = Velocidades angulares
(rpm)
1 rpm = 30 π rad/seg

Plano inclinado



$$M_i = \frac{W}{F} = \frac{s}{h}$$

En donde:
W = peso (kg)
F = fuerza (N)
S = longitud del plano inclinado
(m)
h = Altura (m)

Cuña

$$M_i = \frac{L}{t}$$

En donde:
t = Ancho (m)
L = Longitud (m)



Engrane

$$M_i = \frac{N_0}{N_1} = \frac{D_0}{D_1}$$

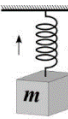
En donde:
N₁ = Número de dientes del
engrane mayor
N₀ = Número de dientes del
engrane menor
D₁ = Diámetro del engrane mayor
(cm o m)
D₀ = Diámetro del engrane menor
(cm o m)

Gato de tornillo

$$M_i = \frac{s_0}{s_1} = \frac{2\pi r}{p}$$

Elasticidad

Ley de Hooke F = ks



Esfuerzo longitudinal = F/A
Deformación Longitudinal = ΔL / L
Modulo elástico =
Esfuerzo/ Deformación

Módulo de Young

$$Y = \frac{F}{\Delta l} = \frac{Fl}{A \Delta l}$$

Esfuerzo cortante

$$S = \frac{F}{\tan \theta} = \frac{F}{\frac{d}{l}}$$

Módulo volumétrico.

$$B = - \frac{F}{\Delta V} = \frac{F}{V}$$

En donde:
F = Fuerza (N)
k = Constante elástica
s = Deformación (m)
A = Área (m²)
ΔL = Incremento en la longitud (m)
L = Longitud (m)
Y = Módulo de Young (Pascuales o
lb/pul²)
S = Esfuerzo cortante (N/m² o Pa)
B = Modulo volumétrico (N/m² o
Pa)
V = Volumen (m³)
ΔV = Variación en el volumen (m³)
d = desplazamiento (m)
l = altura (m)

Fluidos.

$$D = \frac{w}{V}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Presión de un fluido.

$$P = \frac{F}{A} = Dh = \rho gh$$

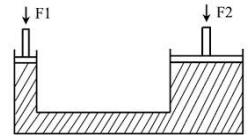
Presión absoluta = Presión
manométrica + presión
atmosférica.

Presión atmosférica = 1 atm
= 1.013 x 10⁵ N/m² = 1.03 x 10⁵ Pa
= 14.7 lb/in² = 76 mm de mercurio
= 30 in mercurio = 2 116 lb/ft²

En donde:
D = Peso específico (N/m³)
W = peso (N)
V = volumen (m³)

ρ = Densidad o masa específica
(Kg/m³)
m = masa (kg)
V = volumen (m³)
P = presión de un fluido (Pa)
F = fuerza (N)
A = área (m²)
g = gravedad (9.8 m/s² o 32 ft/plg)
h = Profundidad (m)

Presión hidráulica



$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

En donde:
F₁ = Fuerza aplicada al embolo
pequeño (N)
F₂ = Fuerza resultante en embolo
mayor (N)
A₁ = Área del embolo pequeño
(m²)
A₂ = Área del embolo mayor (m²)

Empuje hidráulico

$$F_B = \rho g V = mg$$

En donde:
F_B = Empuje hidráulico (N)
ρ = Densidad o masa específica
(Kg/m³)
V = volumen (m³)
g = 9.81 m/s²

Gasto hidráulico.

Volumen por unidad de tiempo

$$R = vA$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

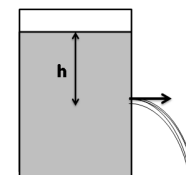
$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

En donde:
R = gasto (m³/seg)
V = Velocidad (m/seg)
A = área (m²)

Ecuación de Bernoulli

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \text{constante}$$

Teorema de Torricelli



$$v = \sqrt{2gh}$$

$$R = A\sqrt{2gh}$$

Temperatura y dilatación

$$C^{\circ} = \frac{5}{9}(F^{\circ} - 32)$$

$$F^{\circ} = \frac{9}{5}C^{\circ} + 32$$

$$K^{\circ} = C^{\circ} + 273$$

$$R^{\circ} = F^{\circ} + 460$$

Dilatación lineal

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t$$

$$L = L_0 + \alpha L_0 \Delta t$$

Dilatación superficial

$$\Delta A = \gamma A_0 \Delta t$$

$$A = A_0 + \gamma A_0 \Delta t$$

$$\rightarrow \gamma = 2\alpha$$

Dilatación superficial

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta t$$

$$V = V_0 + \beta V_0 \Delta t$$

$$\rightarrow \beta = 3\alpha$$

En donde:

α = constante de dilatación lineal

γ = constante de dilatación

superficial

β = constante de dilatación

volumétrica

Δt = incremento en la

temperatura

ΔL = incremento en la longitud

ΔA = incremento en el área

ΔV = incremento en el volumen

Cantidad de calor

$$1 \text{ BTU} = 252 \text{ calorías} = 0.252 \text{ Kcalorías}$$

$$1 \text{ caloría} = 4.186 \text{ joules}$$

$$1 \text{ BTU} = 778 \text{ ft lb}$$

$$1 \text{ Kcal} = 4 \text{ 186 joules}$$

Capacidad de calor específica

$$c = \frac{Q}{m \Delta t}$$

Calor latente

$$\text{De fusión } L_f = \frac{Q}{m}$$

$$\text{De vaporización } L_v = \frac{Q}{m}$$

Calor ganado = calor perdido

$$m_1 c_1 (t_1 - t_e) =$$

$$m_2 c_2 (t_2 - t_e) + m_3 c_3 (t_3 - t_e)$$

En donde:

C = calor específico

Q = calor absorbido o liberado

m = masa

Δt = intervalo de tiempo

Lf = calor latente de fusión

Lv = calor latente de vaporización

te = temperatura de equilibrio

Transferencia de calor

Conducción

$$H = \frac{Q}{\tau} = kA \frac{\Delta t}{L}$$

Conductividad térmica

$$k = \frac{QL}{\tau A \Delta t}$$

$$1 \text{ kcal/ms}^{\circ} = 4 \text{ 186 W/m}^{\circ} \text{K}$$

$$1 \text{ W/mK} = 6.94 \text{ Btu in/ft}^2 \text{ h}^{\circ} \text{F}$$

$$1 \text{ Btu in/ft}^2 \text{ h}^{\circ} \text{F} = 3.44 \times 10^{-5} \text{ kcal/m}^{\circ} \text{K}$$

$$R = \frac{L}{k}$$

$$\frac{Q}{\tau} = \frac{A \Delta t}{\sum_i (L_i / k_i)} = \frac{A \Delta t}{\sum_i R_i}$$

$$K = \frac{Q_{\text{frio}}}{Q_{\text{frio}} - Q_{\text{calor}}}$$

Segunda ley de Stefan – Boltzmann

$$R = \frac{E}{\tau A} = \frac{P}{A} = e \sigma \epsilon^4$$

En donde:

H = razón con la que se transfiere

el calor

Q = cantidad de calor transferida

τ = tiempo

A = sección transversal

L = longitud

k = conductividad térmica

Δt = diferencia de temperatura

R = resistencia térmica (J mol / K)

Propiedades térmicas de la materia

Ley general de los gases

$$\frac{P_1 V_1}{m_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{m_2 T_2}$$

$$N_A = \frac{N}{n}$$

$$PV = nRT$$

En donde:

P = presión

V = volumen

T = temperatura

n = número de moles

m = masa molecular

R = 8.314 J/mol K

N_A = Moléculas por mol

Número de Avogadro

$$N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

Termodinámica

Primera ley de la termodinámica

$$\Delta Q = \Delta W + \Delta U$$

$$\Delta W = P \Delta V$$

Proceso adiabático

$$\Delta Q = 0 \quad \Delta W = -\Delta U$$

Proceso isocórico

$$\Delta V = 0 \quad \Delta W = 0 \quad \Delta Q = \Delta U$$

Proceso isotérmico

$$\Delta T = 0 \quad \Delta U = 0 \quad \Delta Q = \Delta W$$

Proceso isobárico

$$\Delta P = 0 \quad \Delta W = P \Delta V$$

Segunda ley de la termodinámica

$$W = Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}}$$

Trabajo (kcal o J)

Eficiencia térmica

$$e = \frac{Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}}}{Q_{\text{ent}}}$$

$$e = \frac{T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}}}{T_{\text{ent}}}$$

Refrigerador

$$K = \frac{Q_{\text{frio}}}{Q_{\text{calor}} - Q_{\text{frio}}}$$

$$K = \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{calor}} - T_{\text{frio}}}$$

En donde:

ΔW = trabajo (kcal o J)

e = eficiencia

ΔU = cambio neto de energía

interna

K = coeficiente de rendimiento

Movimiento ondulatorio

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \frac{\lambda}{T} = f \lambda$$

$$u = \frac{m}{l}$$

$$\frac{E}{l} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu$$

$$P = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu v$$

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{u}}$$

Frecuencia en Hz = 1 ciclo/s = 1 / s

En donde:

F = fuerza

M = masa

l = longitud

v = rapidez

P = potencia (watt)

E = energía

u = densidad lineal (kg / metro)

f = frecuencia (Hz)

λ = longitud de onda (metros)

A = amplitud de onda (metros)

Sonido

Sonido: onda longitudinal que

vieja en un medio elástico

Velocidad del sonido = 331 m/s o

1 087 ft/s a 273° K

Rapidez del sonido por el aire a

distintas temperaturas

$$v = (331 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{T}{273^{\circ} \text{K}}}$$

En una varilla

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

En gas

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

En Fluidos

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

En Sólidos extendidos

$$v = \sqrt{\frac{B + \frac{4}{3} S}{\rho}}$$

Frecuencia en un tubo abierto de

longitud L

$$f_n = \frac{n v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Frecuencia en un tubo cerrado de

longitud L

$$f_n = \frac{n v}{4L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Intensidad del sonido

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi^2 f^2 A^2 \rho v}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Efecto Doppler

$$f_o = f_s \frac{v + v_o}{v - v_s}$$

En donde:

V = velocidad del sonido m/s

T = temperatura absoluta en °K

Y = Modulo de Young en Pa o

N/m²

ρ = densidad kg / m³

P = Presión del gas kg/m²

A = área m²

S = módulo de corte

B = módulo de volumen

γ = constante adiabática (1.4)
 R = Constante universal de los gases (8.31 j/mol^oK)
 M = masa molecular del gas (Kg/mol)
 F_n = frecuencias características (Hz)
 v = Velocidad de las ondas transversales
 L = longitud del tubo (metros)
 I = intensidad del sonido W /m²
 I₀ = 1 x 10⁻¹² W/m²

Para el efecto Doppler
 F_o = Frecuencia observada
 f_s = Frecuencia de la fuente
 V = Velocidad del sonido
 v_o = Velocidad del observador
 v_s = Velocidad de la fuente

Electricidad
 Ley de Coulomb

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

En donde
 k = 9 x 10⁹ Nm²/C²
 q = Carga (Coulomb)
 q' = Carga (Coulomb)
 F = fuerza (Newtons)
 r = distancia entre cargas (metros)

Electricidad
 Magnitud de la intensidad del campo eléctrico

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times Q}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4k\pi} = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Ley de Gauss

$$N = \epsilon_0 E_n A = \sum q$$

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

En donde:

E = Intensidad del campo eléctrico (N/C)
 Q = carga
 r = distancia de la carga a un punto.
 ε₀ = Permisividad
 σ = Intensidad de carga (C/m²)
 A = área
 N = numero neto de líneas de campo eléctrico que cruzan una superficie

Potencial eléctrico

$$EP = EC = \frac{1}{2}mv^2 = qEd = \frac{kQq}{r}$$

$$V = \frac{kQ}{r} = \sum \frac{kQ}{r}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$\text{Trabajo}_{AB} = q(V_A - V_B)$$

$$V = Ed$$

En donde:
 EP = Energía potencial
 EC = Energía cinética
 E = intensidad de campo
 V = Potencial eléctrico (volts)
 Volts = joule / coulomb
 V_{AB} = diferencia de potencial

Capacitancia.

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon \frac{A}{d} = K\epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$E = \frac{kQ}{r^2} = 3 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Serie

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Paralelo

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3$$

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3$$

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

En donde:

C = capacitancia (Farad)
 Farad (F) = Coulomb (C) / Volt (V)
 E = Rigidez eléctrica
 K = Constante Dieléctrica
 ε = Permisividad
 U = Energía potencial (joules)

Corriente y resistencia

$$I = \frac{Q}{t}$$

Ampere (A) = Coulomb / segundo

Ley de Ohm
 P

Ohm (Ω) = Volts / Ampere

$$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \rho = \frac{RA}{L}$$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_0 \Delta t}$$

En donde:

I = corriente o intensidad eléctrica (amperes)
 t = tiempo (segundos)
 R = resistencia (ohm)
 P = potencia (watts)
 ρ = Resistividad (Ω m)
 α = Coeficiente al cambio de resistencia

Circuitos de corriente continúa

Circuito en serie.

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R = R_1 + R_2$$

Circuito en paralelo

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$